

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ, ПОЗВОЛЯЮЩЕГО МИНИМИЗИРОВАТЬ ЕЕ НАРУЖНЫЙ ДИАМЕТР ПРИ ЗАДАННОМ МОМЕНТЕ НАГРУЗКИ

Абдулин Р.Р.<sup>1\*</sup>, Подшибнев В.А.<sup>2\*\*</sup>, Самсонович С.Л. <sup>2\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Московский научно-производственный комплекс «Авионика» им. О.В. Успенского,  
ул. Образцова, 7, Москва, 127055, Россия

<sup>2</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993, Россия

\* e-mail: abdulin@mpk.ru

\*\* e-mail: podshibneff@mail.ru

\*\*\* e-mail: samsonovich40@mail.ru

Статья поступила в редакцию 02.07.2019

Уменьшение массогабаритных показателей исполнительных механизмов приводных систем является актуальной задачей развития систем управления летательным аппаратом (ЛА). Один из путей достижения этой цели — поиск оптимального передаточного числа планетарной передачи, используемой в качестве выходной ступени многоступенчатого редуктора.

В качестве планетарных передач рассматриваются наиболее часто применяемые в исполнительных механизмах ЛА схемы: однорядная и со спаренными сателлитами.

Выявлено, что однорядная планетарная передача имеет такое оптимальное передаточное число, а для планетарных передач со спаренными сателлитами установлена взаимосвязь между передаточными числами сателлитов первого и второго ряда с контактирующими колесами.

**Ключевые слова:** планетарная передача, двухрядные сателлиты, оптимальное передаточное число.

## Введение

Одной из актуальных проблем разработки электромеханических приводов ЛА является уменьшение массогабаритных параметров, в частности с целью размещения электромеханического привода в ограниченном пространстве, например в тонком миделе крыла.

Особенностью электромеханических приводных систем ЛА является использование высокоскоростных электродвигателей и редукторов с большим передаточным числом. Большие передаточные числа реализуются за счет построения редукторов по многоступенчатой схеме [1].

Наиболее компактные механические передачи — волновые и планетарные передачи, позволяющие получать большое передаточное число в одной ступени [2]. Кроме того, планетарные передачи используются для суммирования скоростей исполнительных двигателей в резервированных электромеханических приводах благодаря со-

вмещению функций дифференциала и редуктора [3—5].

Особенность планетарных передач заключается в многопоточном зацеплении, которое позволяет распределить передаваемый момент по сателлитам и обуславливает меньшие габариты по сравнению с цилиндрическими передачами при реализации одинаковых передаточного числа и момента на выходном валу.

Известны методики проектирования планетарных передач [6—8], позволяющие определить конструктивно-кинематические параметры планетарных зубчатых передач различных типов. Однако разработка общего подхода и рекомендаций по разбивке общего передаточного числа редуктора, состоящего из нескольких ступеней механических передач различных типов и выходной планетарной передачи, является задачей, не нашедшей отражения в технической литературе.

Известно, что для уменьшения приведённого момента инерции и увеличения точности целесообразно использовать в выходной ступени наибольшее из возможных для конкретных типов механических передач передаточное число. Однако чем больше передаточное число выходной ступени, тем больше габаритные размеры редуктора [9]. Для однорядных планетарных передач зависимости массогабаритных и динамических параметров планетарного редуктора от передаточного числа и конструктивных параметров определены в работах [10–13], а для планетарных передач с двухрядными сателлитами — в работах [14, 15].

Возможно равномерное распределение передаточного числа по ступеням редуктора, рассмотренное в работах [16–18]. Такая разбивка целесообразна только с точки зрения технологичности конструкции, но не является оптимальной с точки зрения массогабаритных показателей.

В работе [19] для выходной ступени редуктора, содержащего однорядную планетарную передачу, определено передаточное число, обеспечивающее минимальный радиус водила при заданном моменте нагрузки. Приведенный результат, как следует из представленных ниже исследований, не является оптимальным.

Цель данной работы — определение оптимального значения передаточных чисел планетарных передач, при которых наружный диаметр этих передач минимальный.

#### Определение оптимального с точки зрения массогабаритных параметров передаточного числа однорядной планетарной передачи

Наиболее широкое распространение получили планетарные передачи, состоящие из центрального солнечного колеса 1, сателлитов 2, центрального корончатого колеса 3 и водила  $H$ . Кинематическая схема такой передачи представлена на рис. 1.

Габаритные размеры и масса при заданном моменте нагрузки  $M_H$  определяются наружным ди-

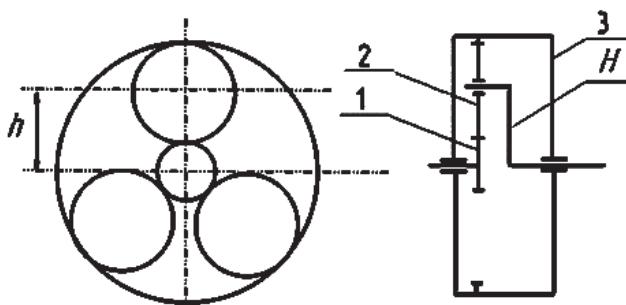


Рис. 1. Кинематическая схема планетарной передачи

метром передачи (в кинематических расчётах будем использовать диаметр делительной окружности центрального корончатого колеса  $d_3$ ) и шириной зубчатых колес  $b$ . Оба этих параметра выражаются через модуль зuba  $m$ :  $d_3 = z_3 m$ ;  $b = k_b m$ , где  $k_b$  — коэффициент ширины зубчатого венца,  $k_b = 10$ . Передаточное число такой передачи от центрального солнечного колеса 1 к водилу  $H$  при остановленном центральном корончатом колесе 3 определяется зависимостью

$$q_{1-H}^3 = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \quad (1)$$

где  $z_1$ ,  $z_3$  — число зубьев соответствующих колес.

При расчете передачи для обеспечения наибольшего КПД принимают  $q_{1-H}^3 \leq 12,5$ , а для обеспечения плавности работы и минимизации размеров принимают  $z_1 = 18$ .

Основные соотношения, которым должна удовлетворять планетарная передача:

условие соосности

$$d_3 = 2d_2 + d_1;$$

условие собираемости

$$\frac{z_3 + z_1}{n_{CAT}} = K,$$

где  $K$  — целое число;

условие соседства

$$z_2 + 2 \leq (z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{n_{CAT}}$$

или

$$1,05d_2 = (d_1 + d_2) \sin \frac{\pi}{n_{CAT}},$$

где  $n_{CAT}$  — число сателлитов.

Эти соотношения при определении модуля зuba  $m$  при заданном моменте нагрузки не позволяют определить однозначное соотношение числа зубьев колес. При этом отсутствует зависимость, позволяющая определить, при каком соотношении числа зубьев колес передача имела бы наименьший наружный диаметр. Основной параметр, который влияет на диаметр передачи при заданном  $M_H$ , — это радиус водила  $h$ , являющийся расстоянием между центральной осью и осью сателлитов (рис. 1).

Параметр  $h$  определяется выражением

$$h = \frac{d_2 + d_1}{2} \quad (2)$$

и может быть выражен через передаточное число  $q_{12}$  от центрального солнечного колеса 1 к сателлитам 2 следующим образом:

$$h = \frac{1}{2} d_2 \left( \frac{1 + q_{12}}{q_{12}} \right). \quad (3)$$

Выразим параметр  $h$  через модуль зuba передачи.

Определим, при каком  $q_{12}$  параметр  $h$  будет иметь наименьшее значение. Модуль зuba в планетарной передаче в соответствии с методикой [20] определяется по формуле

$$m = \sqrt{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 n_{CAT} d_3}}. \quad (4)$$

Найдем делительный диаметр  $d_3$  из условия соосности и выразим его через параметры  $h$  и  $q_{12}$ :

$$d_3 = \frac{2h(1+2q_{12})}{1+q_{12}}. \quad (5)$$

Запишем условие соседства через параметр  $q_{12}$ :

$$1,05d_2 = d_2 \left( \frac{1 + q_{12}}{q_{12}} \right) \sin \frac{\pi}{n_{CAT}}. \quad (6)$$

Отсюда найдем параметр  $n_{CAT}$ :

$$n_{CAT} = \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1,05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)}. \quad (7)$$

Подставим выражения (5) и (7) в выражение (4). Учитывая, что численное значение параметра  $n_{CAT}$  должно принадлежать к множеству натуральных чисел, получим:

$$m = \sqrt{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left[ \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1,05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)} \right] \cdot \frac{2h(1+2q_{12})}{1+q_{12}}}}. \quad (8)$$

Запишем выражение (2) через модуль зuba  $m$ , число зубьев на центральном солнечном колесе  $z_1$  и передаточное число  $q_{12}$ :

$$h = \frac{1}{2} z_1 m (1 + q_{12}). \quad (9)$$

Преобразуем выражение (9):

$$h = \frac{1}{2} z_1 \cdot (1 + q_{12}) \times \sqrt{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left[ \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1,05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)} \right] \cdot \frac{2h(1+2q_{12})}{1+q_{12}}}}. \quad (10)$$

Преобразуем выражение (10):

$$h = (1 + q_{12}) \sqrt[3]{\frac{z_1^2 \cdot M_H \cdot 10^3}{800 \cdot \left[ \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1,05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)} \right] \cdot (1 + 2q_{12})}}. \quad (11)$$

Построим график зависимости параметра  $h$  от передаточного числа  $q_{12}$  при заданном моменте нагрузки, например  $M_H = 100$  Н·м. При этом должно выполняться условие исключения заклинивания и минимизации габаритных размеров. В случае, когда сателлиты имеют большее количество зубьев, чем центральное солнечное колесо,  $q_{12} > 1$ , число зубьев на центральном солнечном колесе  $z_1 = 18$ , а при передаточных числах  $q_{12} < 1$ , т.е. в случае, когда сателлиты имеют меньшее количество зубьев, чем центральное солнечное колесо, число зубьев на каждом из сателлитов  $z_2 = 18$ . В аналитической форме данное условие будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \text{если } q_{12} \geq 1, \text{ то } z_1 = 18; \\ \text{если } q_{12} < 1, \text{ то } z_2 = 18. \end{cases} \quad (12)$$

На рис. 2 приведен график зависимости параметра  $h$  от передаточного числа  $q_{12}$ .

Из рис. 2 следует, что минимальное значение параметра  $h$  соответствует передаточному числу  $q_{12} = 1$ , т. е. случаю, когда количество зубьев сателлитов  $z_2$  и центрального солнечного колеса  $z_1$  одинаковое. Скачкообразные изменения парамет-

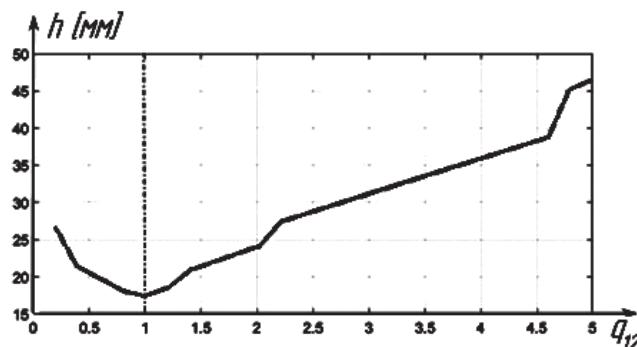


Рис. 2. График зависимости параметра  $h$  от передаточного числа  $q_{12}$

ра  $h$  обусловлены изменением количества сателлитов. Выразив передаточное число планетарной передачи  $q_{1-H}^3$  через передаточное число  $q_{12}$  из условия соосности, получим:

$$q_{1-H}^3 = 2q_{12} + 2. \quad (13)$$

Из выражения (13) видно, что оптимальное передаточное число планетарной передачи  $q_{1-H}^3 = 4$ .

Из этого следует, что при построении редуктора с большим передаточным числом с минимизацией наружного диаметра в качестве выходной ступени можно использовать однорядную планетарную передачу с передаточным числом  $q_{1-H}^3 = 4$ .

Таким образом, условием минимизации однорядной планетарной передачи является выбор числа зубьев центрального солнечного колеса  $z_1 = 18$  и передаточного числа  $q_{12} = 1$ .

При использовании такой планетарной передачи в несиловых или приборных системах с целью уменьшения габаритов можно выбрать центральное солнечное колесо с меньшим числом зубьев, например  $z_1 = 13$ , в котором с целью исключения заклинивания укорочена головка зуба.

#### Определение оптимального с точки зрения массогабаритных параметров передаточного числа планетарной передачи с двухрядными сателлитами

Если планетарная передача, изображенная на рис. 1, позволяет реализовывать передаточные числа до 12,5 в одной ступени с высоким КПД, то для реализаций больших передаточных чисел с таким же высоким КПД используют схему со спаренными (или двухрядными) сателлитами. Кинематическая схема такой передачи представлена на рис. 3.

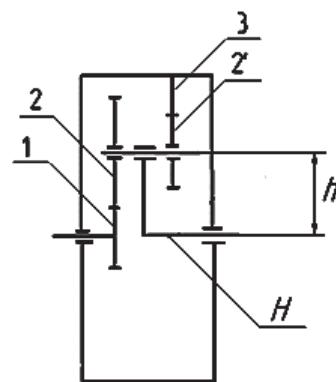


Рис. 3. Кинематическая схема планетарной передачи с двухрядными сателлитами: 1 — центральное солнечное колесо; 2, 2' — сателлиты; 3 — центральное корончатое колесо;  $H$  — водило

Наибольший диаметр передачи определяется первым рядом колес. Для определения наименьшего диаметра передачи примем, что модуль зуба одинаков для зубчатых колес первого и второго ряда, что обеспечивает технологичность конструкции.

Передаточное число  $q_{1-H}^3$  от центрального солнечного колеса 1 к водилу  $H$  при остановленном центральном корончатом колесе 3 определяется зависимостью

$$q_{1-H}^3 = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}, \quad (14)$$

где  $z_1, z_2, z_2', z_3$  — число зубьев соответствующих колес.

Передаточное число  $q_{1-H}^3$  планетарной передачи с двухрядными сателлитами равно передаточному числу  $q_{1-H}^3$  однорядной планетарной передачи при равенстве числа зубьев зубчатых колес  $z_2 = z_2'$ . С увеличением разницы количества зубьев  $z_2 - z_2' > 0$  передаточное число планетарной передачи с двухрядными сателлитами увеличивается. Таким образом, использование кинематической схемы, показанной на рис. 3, позволяет реализовывать с высоким КПД передаточные числа  $q_{1-H}^3 \leq 45$ .

Основные соотношения, которым должна удовлетворять планетарная передача с двухрядными сателлитами:

условие соосности

$$\frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{z_3 - z_2'}{2};$$

условие собираемости

$$\frac{z_3 + z_1}{n_{CAT}} = K,$$

где  $K$  – целое число;

условие соседства

$$z_2 + 2 \leq (z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{n_{CAT}}$$

или

$$1.05z_2 = (z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{n_{CAT}}.$$

При принятых допущениях, что модули зубьев обоих рядов одинаковы и выполняются указанные выше соотношения, очевидно, что, как и для рассмотренной ранее однорядной планетарной передачи, основным параметром, определяющим габаритные размеры передачи, является расстояние  $h$  между осью сателлитов и осью центрального колеса.

Связь наружного диаметра  $D$  с параметром  $h$  определяется по формуле

$$D = 2h \left( 1 + \frac{q_{12}}{q_{12} + 1} \right). \quad (15)$$

Параметр  $h$  определяется по формуле

$$h = \left( \frac{z_2 - z_1}{2} \right) m = \left( \frac{z_3 - z_{2'}}{2} \right) m. \quad (16)$$

Из условия соосности выразим параметр  $z_3$ , в результате получим

$$z_3 = z_1 + z_2 + z_{2'}. \quad (17)$$

Из условия минимизации габаритных размеров и плавности работы передачи примем  $z_1 = z_{2'} = z_{\min}$ . Тогда выражение (17) можно записать в виде:

$$z_3 = z_1 (2 + q_{12}). \quad (18)$$

Модуль зуба в планетарной передаче с двухрядными сателлитами с учетом выражения (7) определяется по формуле

$$m = \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left[ \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1.05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)} \right] \cdot z_{2'} q_{2'3}}}, \quad (19)$$

где  $q_{2'3}$  – передаточное число от сателлита второго ряда  $z_{2'}$  к центральному корончатому колесу  $z_3$ .

Передаточное число  $q_{2'3}$  для случая  $z_1 = z_{2'} = z_{\min}$  определяется из выражения (18):

$$q_{2'3} = 2 + q_{12}. \quad (20)$$

Подставив выражения (19), (20) в выражение (16), получим

$$h = \left[ \frac{1}{2} z_1 (1 + q_{12}) \right] \times \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left[ \frac{\pi}{\arcsin \left( \frac{1.05q_{12}}{1 + q_{12}} \right)} \right] \cdot z_1 (2 + q_{12})}}. \quad (21)$$

На рис. 4 представлен график зависимости параметра  $h$  от передаточного числа  $q_{12}$  при  $z_{\min} = z_1 = z_{2'} = 18$  и заданном моменте нагрузки  $M_H = 100$  Н·м.

Из рис. 4 следует, что минимальное значение параметра  $h$  соответствует передаточному числу  $q_{12} = 1$ , т.е. достигается при равенстве числа зубьев  $z_1 = z_{2'} = z_2 = 18$ . Такому соотношению числа зубьев колес соответствует передаточное число между  $q_{2'3} = 3$ . Скачкообразные изменения параметра  $h$  обусловлены изменением количеством сателлитов в соответствии с условием соседства.

Рассмотрим случаи, когда число зубьев центрального солнечного колеса  $z_1$  не равно числу зубьев сателлитов второго ряда  $z_{2'}$ .

Перепишем условие соосности, выразив параметры  $z_2$  и  $z_{2'}$  через передаточные числа между

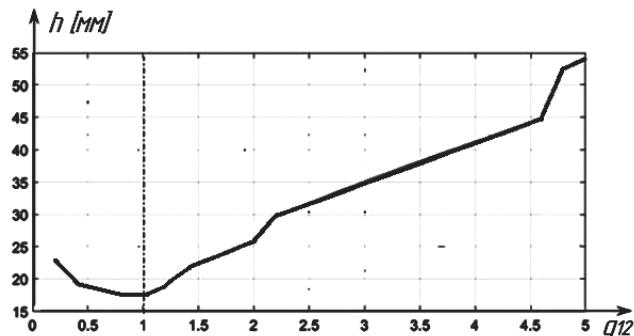


Рис. 4. График зависимости параметра  $h$  от передаточного числа  $q_{12}$

центральным солнечным колесом и сателлитом первого ряда  $q_{12}$  и центральным корончатым колесом и сателлитом второго ряда  $q_{2'3}$ . В результате получим:

$$z_1(1+q_{12}) = z_2(q_{2'3}-1). \quad (22)$$

Из (22) выразим параметр  $z_{2'}$ :

$$z_{2'} = \frac{z_1(1+q_{12})}{(q_{2'3}-1)}. \quad (23)$$

Выражение (23) определяет соотношение между количеством зубьев центрального солнечного колеса и сателлита второго ряда в зависимости от передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ .

В случае, когда центральное солнечное колесо имеет меньшее количество зубьев, чем сателлит второго ряда, выражение (19) с учётом выражения (23) примет вид

$$m = \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left| \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{1,05q_{12}}{1+q_{12}}\right)} \right|} \cdot \frac{z_1(1+q_{12})}{(q_{2'3}-1)} q_{2'3}}. \quad (24)$$

Параметр  $h$  будет определяться по формуле

$$h = \left[ \frac{z_1(1+q_{12})}{2} \right] \times \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left| \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{1,05q_{12}}{1+q_{12}}\right)} \right|} \cdot \frac{z_1(1+q_{12})}{(q_{2'3}-1)} q_{2'3}}. \quad (25)$$

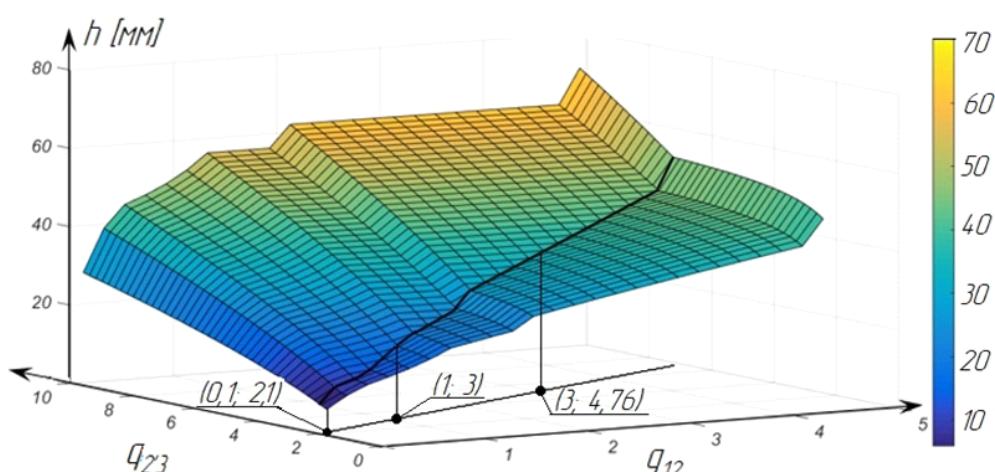


Рис. 5. Зависимость параметра  $h$  от передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$

В случае, когда центральное солнечное колесо имеет большее количество зубьев, чем сателлит второго ряда, т. е.  $z_1 < z_{2'}$ , выражение (19) с учётом выражения (23) примет вид

$$m = \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left| \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{1,05q_{12}}{1+q_{12}}\right)} \right|} \cdot z_{2'} \cdot q_{32'}}. \quad (26)$$

Параметр  $h$  будет определяться по формуле

$$h = \left[ \frac{z_{2'}(q_{2'3}-1)}{2} \right] \times \sqrt[3]{\frac{M_H \cdot 10^3}{400 \left| \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{1,05q_{12}}{1+q_{12}}\right)} \right|} \cdot z_{2'} \cdot q_{2'3}}. \quad (27)$$

Для обеспечения плавности работы и минимизации размеров передачи примем: если  $z_1 < z_{2'}$ , то  $z_1 = 18$ ; если  $z_1 > z_{2'}$ , то  $z_{2'} = 18$ .

На рис. 5 приведен график зависимости параметра  $h$  от передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$  при принятых значениях  $z_1$  и  $z_{2'}$ . График построен в диапазоне значений  $q_{12} = 0,1; 0,2; \dots; 5$  и  $q_{2'3} = 2,1; 2,2; \dots; 10$ , так как соотношения передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , входящих в этот диапазон значений, являются наиболее характерными для планетарных передач с двухрядными сателлитами.

На рис. 5 видно, что графическая интерпретация зависимости параметра  $h$  от передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$  представляет собой сложную поверхность, являющуюся результатом «склеивания» поверхностей, соответствующих выражениям (25) и (27).

Найдем минимум функции  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$  для определения соотношения передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , позволяющих обеспечить наименьший диаметр передачи при заданном моменте нагрузки.

Эта функция будет иметь экстремум, если будут существовать действительные решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial q_{12}} = 0, q_{12} > 0; \\ \frac{\partial h}{\partial q_{2'3}} = 0, q_{2'3} > 0. \end{cases} \quad (28)$$

Действительные решения системы уравнений (28) отсутствуют, а следовательно, отсутствуют и передаточные числа  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , позволяющие обеспечить наименьший наружный диаметр передачи. Однако существование экстремума функции (20) в точке (1, 3) свидетельствует о том, что функция  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$  имеет «овражный вид», а точка с координатами (1, 3) лежит на «дне оврага», т.е. график, изображённый на рис. 4, является сечением изображенной на рис. 5 поверхности, проходящим через точки, удовлетворяющие выражению (20). Следовательно, определение направления, вдоль которого лежит этот «овраг», позволяет найти оптимальные соотношения передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , позволяющие обеспечить наименьший диаметр передачи при заданном общем передаточном числе  $q_{1-H}^3$  и моменте нагрузки  $M_H$ .

Для определения направления, вдоль которого лежит «овраг» функции  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$ , найдем градиент функции  $-h = -f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$  в точке (1, 3), так как наименьшие значения функции лежат вдоль направления «оврага».

Градиент функции  $-f$  в точке (1, 3) определяется следующим образом:

$$\overline{\text{grad}}(-h)|_{(1,3)} = \frac{\partial(-h)}{\partial q_{12}}|_{(1,3)} \bar{i} + \frac{\partial(-h)}{\partial q_{2'3}}|_{(1,3)} \bar{j}, \quad (29)$$

где  $\bar{i}, \bar{j}$  – единичные векторы.

Получим

$$\overline{\text{grad}}(-h)|_{(1,3)} = 0,33\bar{i} + 0,29\bar{j}. \quad (30)$$

Определим зависимость между параметрами  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$

$$q_{2'3} - 3 = \frac{0,29}{0,33}(q_{12} - 1). \quad (31)$$

Перепишем выражение (31) в следующем виде:

$$q_{2'3} = 0,88q_{12} + 2,12. \quad (32)$$

Из рис. 5 видно, что дно «оврага» направлено вдоль прямой линии. Так как направление, вдоль которого лежит «овраг» функции  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$ , является прямой линией, то в любой точке, удовлетворяющей условию (32), градиент функции  $-h$  должен быть одинаковый. Например, точка (3; 4,76) удовлетворяет условию (32). Найдем градиент функции  $-h$  в этой точке:

$$\overline{\text{grad}}(-h)|_{(3; 4,76)} = 0,33\bar{i} + 0,29\bar{j}. \quad (33)$$

Значение градиента в точке (1, 3) совпадает со значением градиента в точке (3, 4,76), что свидетельствует о том, что направление, вдоль которого лежит «овраг» функции, есть прямая линия.

На рис. 6 показаны линии уровня функции  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$  и вектор, указывающий на направление «оврага».

Таким образом, выражение (32) является соотношением между передаточными числами  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , при котором диаметр планетарной передачи с двухрядными сателлитами при заданном передаточном числе минимален.

Выразим общее передаточное число планетарной передачи с двухрядными сателлитами, подставив выражение (32) в выражение (15):

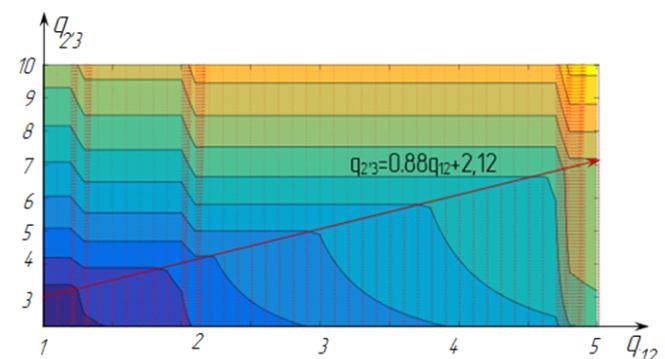


Рис. 6. Линии уровня функции  $h = f(q_{12}, q_{2'3}, M_H)$

$$q_{1-H}^3 = 1 + q_{12} (0,88q_{12} + 2,12). \quad (34)$$

Выражение (34) показывает связь общего передаточного числа  $q_{1-H}^3$  и передаточного числа  $q_{12}$ , позволяющего обеспечить наименьший наружный диаметр передачи.

Так как число зубьев зубчатых колес должно быть целым числом, а также должны выполняться условия соосности, собираемости и соседства, то выражение (32) необходимо привести к выражению, удобному для практического применения.

Перепишем выражение (32) с коэффициентами, округленными до ближайшего целого числа:

$$q_{2'3} = q_{12} + 2. \quad (35)$$

Для проверки правомочности такого округления на рис. 7 изображены графики зависимости минимального наружного диаметра планетарной передачи с двухрядными сателлитами от передаточных чисел в диапазоне  $q_{1-H}^3 = 10 \dots 45$  при моменте нагрузки 100 Н·м с соотношениями (32) и (34).

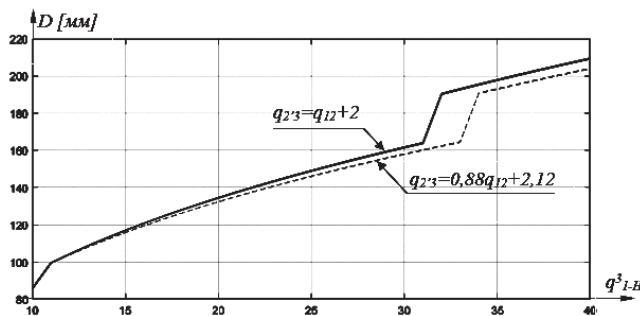


Рис. 7. Графики зависимости минимального наружного диаметра планетарной передачи с двухрядными сателлитами от общего передаточного числа

Из рис. 7 следует, что наружный диаметр планетарной передачи меняется несущественно при переходе от выражения (32) к выражению (35). Следовательно, при проектировании планетарных передач с двухрядными сателлитами, с оптимизацией наружного диаметра можно использовать соотношения (35).

Выразим общее передаточное число планетарной передачи с двухрядными сателлитами, подставив выражение (35) в выражение (14):

$$q_{1-H}^3 = 1 + q_{12} (q_{12} + 2). \quad (36)$$

Выражение (35) позволяет определить передаточное число  $q_{12}$ , которое позволяет рассчитать наименьший наружный диаметр передачи при

заданном общем передаточном числе  $q_{1-H}^3$  с учетом выполнения условий соосности, собираемости и соседства.

#### Пример расчета минимального диаметра планетарной передачи с двухрядными сателлитами

Оценим диаметр планетарной передачи с двухрядными сателлитами при заданном передаточном числе  $q_{1-H}^3 = 25$  и моменте нагрузки  $M_H = 2500$  Н·м.

1. Определим оптимальное передаточное число  $q_{12}$  по формуле (36):

$$\begin{aligned} q_{12}^2 + 2q_{12} - (q_{1-H}^3) &= 0; \\ q_{12} &= \frac{-2 \pm \sqrt{4q_{1-H}^3}}{2}; \\ q_{12} &= -6; \quad q_{12} = 4. \end{aligned}$$

Выберем действительное решение:  $q_{12} = 4$ .

2. Определим передаточное число  $q_{2'3}$  по формуле (35):

$$q_{2'3} = q_{12} + 2 = 6.$$

3. Определим числа зубьев колес передачи из условия  $z_1 = z_2 = 18$ .

Определим число зубьев сателлита первого ряда:

$$z_2 = z_1 \cdot q_{12} = 18 \cdot 4 = 72.$$

Определим число зубьев центрального корончатого колеса:

$$z_3 = z_2 \cdot q_{2'3} = 18 \cdot 6 = 108.$$

4. Проверим выполнение условия соосности:

$$\frac{18+72}{2} = \frac{108-18}{2} — \text{условие выполняется.}$$

Определим число сателлитов из условия соседства:

$$n_{CAT} = \left\lceil \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{1,05 \cdot 4}{1+4}\right)} \right\rceil = 3.$$

Проверим выполнение условия собираемости:

$$\frac{18+108}{3} = 54 — \text{условие выполняется.}$$

5. Определим модуль зуба по формуле (19):

$$m = \sqrt[3]{\frac{2500 \cdot 10^3}{400 \cdot 3 \cdot 18 \cdot 6}} = 2,7 \text{ мм.}$$

Выберем ближайшее значение модуля зуба по ГОСТ 9563-60 по 1-му ряду:

$$m = 3 \text{ мм.}$$

6. Определим значение  $h$  по формуле (16):

$$h = \frac{3(18+72)}{2} = 72,5 \text{ мм.}$$

7. Наружный диаметр передачи определяется по формуле (15):

$$D = 2 \cdot 72,5 \left(1 + \frac{4}{1+4}\right) = 243 \text{ мм.}$$

## Выводы

Установлено, что однорядная планетарная передача имеет оптимальное передаточное число  $q_{1-H}^3 = 4$ , при котором наружный диаметр передачи минимальный.

В планетарной передаче с двухрядными сателлитами определено оптимальное соотношение передаточных чисел  $q_{12}$  и  $q_{2'3}$ , позволяющих определить минимальный наружный диаметр передачи. Использование полученных соотношений при проектировании многоступенчатых редукторов электромеханических приводов с выходной планетарной передачей позволяет минимизировать габаритные размеры исполнительных механизмов привода.

## Библиографический список

- Сильченко П.Н., Леканов А.В., Порпылев В.Г., Новиков Е.С., Черепанов Д.А., Ильин П.В., Овечкин Г.И. Электропривод с трехступенчатым планетарным редуктором. Патент RU № 2 464 464 C1. Бюл. № 29, 20.10.2012.
- Крылов Н.В., Лалабеков В.И., Огольцов И.И. и др. Электромеханические силовые мини-приводы для «более электрифицированного» самолета / Под ред. С.Л. Самсоновича. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 360 с.
- Абдулин Р.Р., Зудилин А.С., Оболенский Ю.Г., Рожнин Н.Б., Самсонович С.Л., Стиценко А.Н. Построение резервированного электромеханического привода повышенной надежности // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 1. С. 121-131.
- Кирдяшев Ю.Н. Многопоточные передачи дифференциального типа. — Л.: Машиностроение, 1981. — 232 с.
- Надараа Ц.Г., Шестаков И.Я., Фадеев А.А. Малогабаритный многофункциональный мотор-редуктор // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2014. № 2(54). С. 137-140.
- Козырев В.В. Планетарные редукторы в составе роботов и мехатронных систем: Учеб. пособие. — Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2008. — 48 с.
- Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. — М.: Машиностроение, 1986. — 134 с.
- Галкин П.А., Никитина Л.Х. Проектирование и анализ зубчатых механизмов. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. — 32 с.
- Самсонович С.Л. Основы конструирования электрических, пневматических и гидравлических исполнительных механизмов приводов летательных аппаратов: Учеб. пособие. — М.: Изд-во МАИ, 2002. — 244 с.
- Roos F., Spiegelber Ch. Relations between size and gear ratio in spur and planetary gear trains. — Technical report, Department of Machine Design, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, 2004. — 35 p.
- Nandeppagoudar S.B., Shaikh S.N., Gote S.R., More S.P., Chaudhari A.S., Borse N.R., Gawande S.H. Design and Numerical Analysis of Optimized Planetary Gear Box // 6th National Conference RDME (17-18 March 2017). DOI: 10.9790/1684-17010030511
- Schulze T. Design and Optimization of Planetary Gears Considering All Relevant Influences // Gear Technology. November/December 2013, pp. 96-102.
- Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие. — Харьков: Изд-во. Харьк. авиац. ин-та, 1983. — 112 с.
- Hüseyin Filiz , Olguner S., Evyapan E. A Study on Optimization of Planetary Gear Trains // Special issue of the 3rd International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering (ICCESEN 2016). 2017. Vol. 132. No. 3, pp. 728-733. DOI: 10.12693/APhysPolA.132.728
- Höhn B.R., Stahl K., Gwinner P. Light-Weight Design for Planetary Gear Transmissions // Gear Technology. September 2013, pp. 96-103.
- Абрамов В.Т., Гетя А.Н., Матусевич В.А. и др. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». 2009. Вип. 29. С. 45–52.
- Ткаченко В.А. Оптимизация планетарного ряда по массе // Вестник НТУ-ХПИ. 2001. № 13. С. 141-147.
- Капелевич А.Л., Ананьев В.М. Повышение энергоемкости авиационных редукторов // Вісник двигунобудування. 2012. №2. С. 155-160.
- Яковлев П.Г., Николаев С.Н. Минимизация размеров плоского зубчатого планетарного механизма с одновенцовыми сателлитами // Resources and Technology. 2003. № 4. С. 186-190.
- Сушков С.А. Конструкция и проектирование механических передач привода установок летательных аппаратов: Учеб. пособие. — М.: МАИ, 1983. — 82 с.

# DETERMINING PLANETARY GEARING OPTIMAL GEAR RATIO ALLOWING MINIMIZE ITS OUTER DIAMETER AT THE SPECIFIED LOAD TORQUE

**Abdulin R.R.<sup>1\*</sup>, Podshibnev V.A.<sup>2\*\*</sup>, Samsonovich S.L.<sup>2\*\*\*</sup>**

<sup>1</sup> Company "Avionica",

7, Obraztsova str., Moscow, 127055, Russia

<sup>2</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University),

MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russia

\* e-mail: abdulin@mnpk.ru

\*\* e-mail: podshibneff@mail.ru

\*\*\* e-mail: samsonovich40@mail.ru

## **Abstract**

Mass and size parameters reduction is one of actual issues of aircraft electromechanical drives design. It concerns especially mechanical transmissions employed in drive systems of mechanical transmission. Harmonic and planetary gears are most compact. They allow obtaining large gear ratio for a single stage. Their application as the output stage of a multi-stage reduction gearbox of an electro-mechanical drive, as a unit transmitting the largest moment, allows mass and size parameters reduction of a drive system.

The goal of this article consists in determining the optimal values of gear ratios at which the outer diameter of planetary transmissions has its minimum size for the specified load moment.

It was demonstrated, that the main parameter affecting the outer diameter of planetary transmissions for the specified load moment was the carrier radius. For a single-row planetary transmission this radius was expressed through the gear tooth module value, the number of teeth of the central sun-gear and gear ratio between the sun-gear and satellites. The article presents substantiation of the above said parameters selection. Minimum acceptable carrier radius was found. It was established, that optimal gear ratio value of the single-row planetary transmission equaled four.

The carrier radius planetary gear with double-row planets was expressed by gear tooth module and two gear ratios, namely between the central sun-gear of the planet gear and first-row satellites, and between planet gear of the second row and the crown-wheel. The dependence of the carrier radius on these gear ratios, which is represented by a surface with "ravine", was plotted. A unified optimal gear ratio value was not obtained for the planetary transmission with double-row satellites was not found. However, a set of quasi-optimal values do exist. The "ravine" direction, along which the quasi-optimal values were located, was determined. The optimal relationship of gear ratios

between the central sun-gear and the first-row satellites, and between the second-row satellites and the crown wheel was derived. This relationship allows ensure minimum outer diameter of the planetary transmission with double-row satellites. An example of the minimum outer diameter of the planetary gear with double-row satellites computing is given.

The obtained optimal gear ratio values expand the knowledge on planetary transmissions and allow minimize overall dimensions of aircraft drive systems while developing multi-stage reduction gearboxes for electromechanical drives with output planetary transmission.

**Keywords:** planetary gear, double-row satellite gear, optimal gear ratio.

## **References**

- Sil'chenko P.N., Lekanov A.V., Poropylev V.G., Novikov E.S., Cherepanov D.A., Il'in P.V., Ovechkin G.I. Patent RU 2464464 C1, 20.10.2012.
- Krylov N.V., Lalabekov V.I., Ogol'tsov I.I. et al. *Elektromekhanicheskie silovye mini-privody dlya "bolej elektrifitsirovannogo" samoleta* (Electromechanical power mini-drives for "more electric" aircraft), Moscow, MAI, 2016, 360 p.
- Abdulin R. R., Zudilin A. S., Obolensky Y. G., Rozhnin N. B., Samsonovich S. L., Stitsenko A. N. Developing of an electromechanical actuator of the higher reliability with redundancy. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 1, pp. 121-131.
- Kirdyashev Yu.N. *Mnogopotochnye peredachi differentsial'nogo tipa* (Multithreaded differential type transmission), Leningrad, Mashinostroenie, 1981, 232 p.
- Nadaraia Ts.G., Shestakov I.Ya., Fadeev A.A. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika M.F. Reshetneva*, 2014, no. 2(54), pp. 137-140.
- Kozyrev V.V. *Planetarnye reduktory v sostave robotov i mekhantronnykh sistem* (Planetary gearboxes as a part of

- robots and mechatronic systems), Vladimir, Vladimirovskii gosudarstvennyi universitet, 2008, 48 p.
7. Kudryavtsev V.N. *Planetarnye peredachi* (Planetary gear), Moscow, Mashinostroenie, 1986, 134 p.
  8. Galkin P.A., Nikitina L.Kh. *Proektirovanie i analiz zubchatykh mekhanizmov* (Gear mechanisms design and analysis), Tambov, Tambovskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2008, 32 p.
  9. Samsonovich S.L. *Osnovy konstruirovaniya elektricheskikh, pnevmaticheskikh i gidravlicheseskikh ispolnitel'nykh mekhanizmov privodov letatel'nykh apparatov* (Fundamentals of electric, pneumatic and hydraulic actuating mechanisms design of aircraft drives), Moscow, MAI, 2002, 244 p.
  10. Roos F., Spiegelber Ch. *Relations between size and gear ratio in spur and planetary gear trains*. Technical report, Department of Machine Design, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, 2004.
  11. Nandeppagoudar S.B., Shaikh S.N., Gote S.R., More S.P., Chaudhari A.S., Borse N.R., Gawande S.H. Design and Numerical Analysis of Optimized Planetary Gear Box. *6th National Conference RDME (17-18 March 2017)*. DOI: 10.9790/1684-17010030511
  12. Schulze T. Design and Optimization of Planetary Gears Considering All Relevant Influences. *Gear Technology*. November/December 2013, pp. 96-102.
  13. Tkachenko V.A., Abramov V.T., Korovkin M.D. *Proektirovanie planetarnykh mekhanizmov, optimal'nykh po dinamicheskim kharakteristikam* (Planetary mechanisms design, optimal on dynamic performance), Kharkov, Kharkovskii aviatsionnyi universitet, 1983, 112 p.
  14. Hüseyin Filiz , Olguner S., Evyapan E. A Study on Optimization of Planetary Gear Trains. *Special issue of the 3rd International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering (ICCESEN 2016)*, 2017, vol. 132, no. 3, pp. 728-733. DOI: 10.12693/APhysPolA.132.728
  15. Höhn B.R., Stahl K., Gwinner P. Light-Weight Design for Planetary Gear Transmissions. *Gear Technology*, September 2013, pp. 96-103.
  16. Abramov V.T., Getya A.N., Matusevich V.A. et al. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta "KhPI"*, 2009, no. 29, pp. 45–52.
  17. Tkachenko V.A. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta "KhPI"*, 2001, no. 13, pp. 141-147.
  18. Kapelevich A.L., Anan'ev V.M. *Vestnik dvigatelestroeniya*, 2012, no. 2, pp. 155-160.
  19. Yakovlev P.G., Nikolaev S.N. *Resources and Technology*, 2003, no. 4, pp. 186-190.
  20. Sushkov S.A. *Konstruktsiya i proektirovanie mekhanicheskikh peredach privoda ustanovok letatel'nykh apparatov* (Structure and design of aircraft mechanical transmission drive units), Moscow, MAI, 1983, 82 p.