

# АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАСТАЛКИВАЕМОЙ ДВУХМАССОВОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРИОДИЧЕСКИ ФОРМИРУЕМОЙ СВЯЗЬЮ ДЛЯ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ

Попов А.С.

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., 5, стр. 1, Москва, 105005, Россия  
e-mail: www-sm2@yandex.ru*

---

Рассматривается модельная задача об изменении параметров орбиты космического аппарата, представляющего собой систему из двух масс, расталкиваемых и сближаемых периодически формируемой связью в плоскости орбиты. Расталкивание осуществляется на круговой орбите в противоположные стороны с относительной скоростью, меньшей начальной круговой. Стягивание системы масс происходит в противоположной относительно притягивающего центра точке. Полученная в результате орбита представляет собой эллипс с параметрами, отличающимися от исходных. Подобные устройства позволяют реализовать альтернативные реактивному способы изменения параметров орбиты. В рассматриваемом устройстве изменение параметров орбиты происходит без расходования запаса рабочего тела на борту. В ряде случаев это может помочь увеличить срок службы космических аппаратов.

*Ключевые слова:* тросовая космическая система, баллистика космических аппаратов, межорбитальный перелет, маневрирование космических аппаратов.

---

## Введение

Тросовые космические системы — одно из перспективных направлений в космонавтике. Области возможного применения их весьма разнообразны: от управления движением космических аппаратов посредством формирования электродинамической системы [1, 2] до решения проблемы космического мусора [3]. В [2] и [4] рассмотрены различные режимы орбитального движения тросовой системы, а также способы изменения параметров орбиты системы или элементов, в нее входящих. В настоящее время эти устройства несовершенны и требуют технологической отработки. В основном на практике отрабатывается развертывание тросовых систем, однако в ряде случаев актуальной может быть и задача их сворачивания, например [5].

Использование периодического развертывания с последующим сворачиванием тросовой системы может оказаться полезным при создании устройства, описанного в работе [6], где рассмотрены способ и схема космического аппарата, способного совершать космические перелеты между компланарными орбитами без расходования рабочего тела. Модель космического аппарата представляет собой крупногабаритную космическую конструкцию, масса которой сосредоточена в двух точках, разне-

сенных в пространстве по бинормали к орбите так, что центр масс системы движется по орбите, в плоскости которой находится притягивающий центр, а массы находятся по разные стороны от этой плоскости. Массы имеют возможность приближаться к центру масс, а также отдаляться от него на фиксированное расстояние. Когда массы максимально приближены к центру масс системы, считается, что космический аппарат представляет собой материальную точку, в которой приложены сила тяжести и центробежная сила. При увеличении расстояния между массами центробежная сила сохраняет свое значение, а сила тяжести, с учетом того, что конструкция крупногабаритная, уменьшается. В результате, удерживая массы вблизи центра масс системы в течение половины витка орбиты, а в течение другой половины витка максимально удаляя их от центра масс, можно ввести орбиту в резонанс и увеличить ее эксцентриситет вплоть до единицы.

В работе [7] рассмотрен полет тросовой системы с периодически изменяющейся длиной, расположенной, в отличие от предыдущего случая, в плоскости орбиты, однако обязательным условием изменения параметров орбиты при этом является неоднородность поля тяготения.

В данной работе рассматривается космическая система в центральном гравитационном поле, состоящая из двух масс, периодически соединяемых связью. Особенностью конструкции является то, что связь между массами, например в виде троса, периодически появляется и исчезает, позволяя, таким образом, массам делать разное число витков вокруг притягивающего центра. Рассматривается принципиальная возможность изменения параметров орбиты такой системы.

**Вывод зависимости конечной скорости от скорости расталкивания**

Пусть космический аппарат представляет собой систему из двух одинаковых масс и находится на круговой орбите. Пусть в точке А (рис. 1) происходит расталкивание масс в направлении касательной к траектории. Пусть массы равны:  $m_1 = m_2 = m$ . В результате расталкивания масса  $m_1$  в точке А приобретет скорость  $V_1 = V_{kr} + \Delta V$ , а  $m_2$  — скорость  $V_2 = V_{kr} - \Delta V$ , где  $\Delta V$  — величина, на которую изменится скорость каждой массы в результате расталкивания;  $V_{kr}$  — скорость масс на первоначаль-

ной круговой орбите до расталкивания. В соответствии с [8]

$$V_{kr} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}}$$

где  $\mu$  — гравитационный параметр планеты, на орбите которой находится космический аппарат;  $r_{kr}$  — радиус начальной круговой орбиты.

После расталкивания точка А оказывается перигентром для массы  $m_1$  и апоцентром для массы  $m_2$ . Параметры сформированных орбит можно найти из уравнений, представленных в [8].

Скорости масс  $m_1$  и  $m_2$  в точке А:

$$\begin{aligned} V_{\max 1} &= \sqrt{\frac{\mu}{p_1}}(1+e_1); \\ V_{\min 2} &= \sqrt{\frac{\mu}{p_2}}(1-e_2). \end{aligned} \tag{1}$$

Параметры орбит  $p_1$  и  $p_2$ , а также эксцентриситеты  $e_1$  и  $e_2$  можно найти, подставив (1) в уравнения:

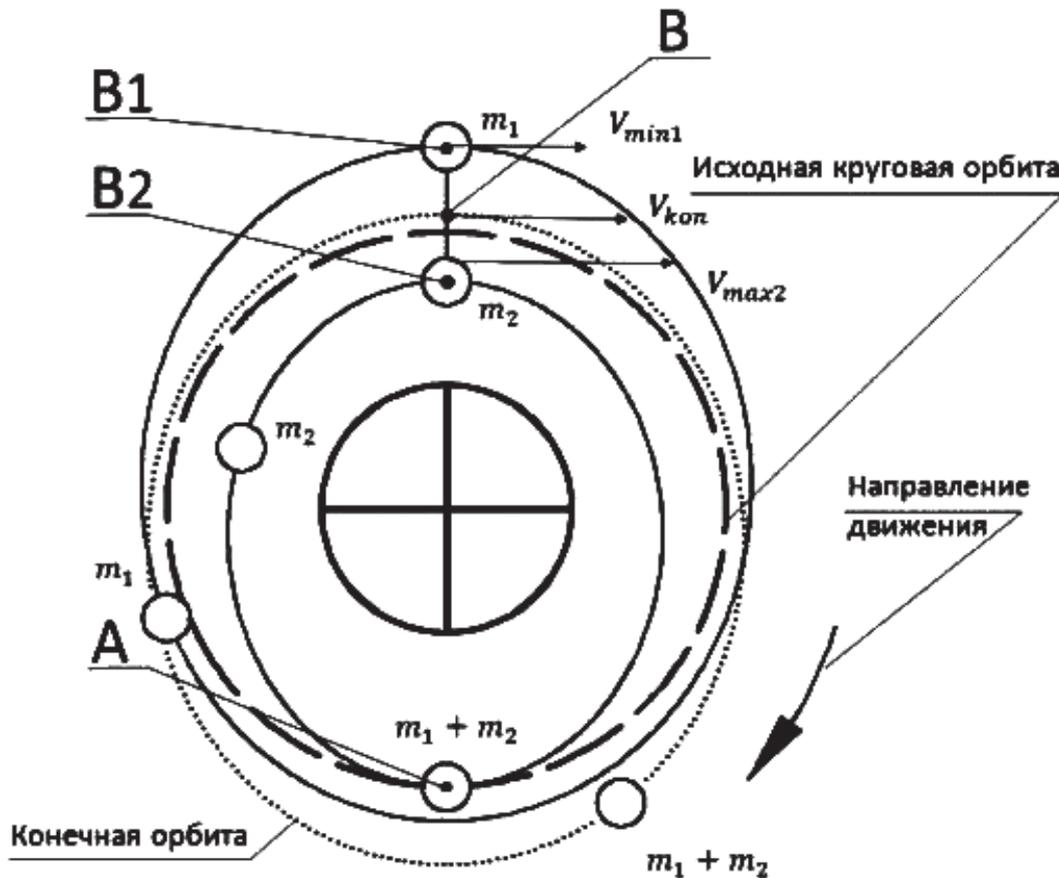


Рис. 1. Схема перелета посредством рассматриваемой системы

$$r_{kr} = \frac{p_1}{1 + e_1};$$

$$r_{kr} = \frac{p_2}{1 - e_2},$$

где считается, что перицентр орбиты массы  $m_1$ , апоцентр орбиты массы  $m_2$  и радиус начальной круговой орбиты совпадают в точке А.

После подстановки получаем:

$$p_1 = \frac{1}{\mu} \left( r_{kr}^2 \cdot \Delta V^2 + r_{kr} \cdot \mu + 2r_{kr}^2 \cdot \Delta V \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right);$$

$$p_2 = \frac{1}{\mu} \left( r_{kr}^2 \cdot \Delta V^2 + r_{kr} \cdot \mu - 2r_{kr}^2 \cdot \Delta V \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right);$$

$$e_1 = \frac{1}{\mu} \left( r_{kr} \cdot \Delta V^2 + 2r_{kr} \cdot \Delta V \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right);$$

$$e_2 = \frac{1}{\mu} \left( -r_{kr} \cdot \Delta V^2 + 2r_{kr} \cdot \Delta V \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right).$$

Рассматривается теоретическая возможность изменения параметров орбиты предлагаемым способом, а также осуществляется поиск зависимости параметров орбиты, которая будет сформирована после стягивания масс посредством сформированной связи, от первоначальной скорости расталкивания масс в точке А.

Поскольку на всей траектории, кроме участка стягивания, связи между массами нет, то до стягивания массы могут сделать разное число витков по своим орбитам. Тогда можно найти аналитическое решение рассматриваемой задачи. Пусть масса  $m_1$  сделает  $n_1 + 0,5$  витков вокруг притягивающего центра, а масса  $m_2$  —  $n_2 + 0,5$  витка, причем  $n_1$  и  $n_2$  — целые числа и  $n_1 > n_2$ . В этот момент они окажутся в точках В1 и В2 соответственно (см. рис. 1), а сформированная связь будет ориентирована по радиус-вектору от притягивающего центра. Тогда, в соответствии с [8], для массы  $m_1$  можно записать уравнения, определяющие радиус-вектор и скорость:

$$r_{\max 1} = \frac{p_1}{1 - e_1};$$

$$V_{\min 1} = \sqrt{\frac{\mu}{p_1}} (1 - e_1).$$

Аналогично для массы  $m_2$ :

$$r_{\min 2} = \frac{p_2}{1 + e_2};$$

$$V_{\max 2} = \sqrt{\frac{\mu}{p_2}} (1 + e_2).$$

На коротком участке времени можно представить, что система одновременно участвует в двух движениях: поступательном со скоростью центра

масс  $\frac{V_{\max 2} + V_{\min 1}}{2}$  (при принятом условии, что

массы равны) и вращательном вокруг центра масс с линейной скоростью для каждой из масс  $\frac{V_{\max 2} - V_{\min 1}}{2}$ . В рассматриваемом случае вращение

происходит против часовой стрелки. При мгновенном стягивании масс они объединятся в точке центра масс системы — точке В:

$$r_{kon} = r_{\min 2} + \frac{r_{\max 1} - r_{\min 2}}{2}.$$

После подстановки в данное выражение полученных ранее уравнений находим

$$r_{kon} = \frac{r_{kr} \left( r_{kr}^2 \Delta V^4 + \mu^2 + 2r_{kr} \Delta V \mu \left( -3\Delta V + 2\sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right)}{r_{kr}^2 \Delta V^4 - 6r_{kr} \Delta V^2 \mu + \mu^2}. \quad (2)$$

В процессе стягивания масс, угловая скорость системы возрастет пропорционально уменьшению момента инерции связки, однако для рассматриваемого случая ее изменение не повлияет на скорость движения центра масс системы, поэтому после стягивания скорость центра масс останется прежней:

$$V_{kon} = \frac{V_{\max 2} + V_{\min 1}}{2}$$

или

$$V_{kon} = \frac{1}{2\mu} \left[ \sqrt{\frac{\mu^2}{r_{kr} \left( \mu + r_{kr} \cdot \Delta V \left( \Delta V - 2\sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right)}} \times \left( \mu + r_{kr} \cdot \Delta V \left( -\Delta V + 2\sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \sqrt{\frac{\mu^2}{r_{kr} \left( \mu + r_{kr} \cdot \Delta V \left( \Delta V + 2 \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right)}} \times \\
 & \times \left( \mu - r_{kr} \cdot \Delta V \left( \Delta V + 2 \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right). \quad (3)
 \end{aligned}$$

С целью упрощения данного выражения можно ввести замену:

$$\Delta V = k \cdot V_{kr}. \quad (4)$$

Здесь  $k$  — некоторая константа.

Очевидно, что для замкнутых орбит

$$k < 1. \quad (5)$$

Тогда выражение (3) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 V_{kon} = & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k-1)^2}} + k \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k-1)^2}} - \frac{k^2}{2} \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k-1)^2}} + \\
 & + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k+1)^2}} - k \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k+1)^2}} - \frac{k^2}{2} \sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}(k+1)^2}}.
 \end{aligned}$$

С учетом неравенства (5)

$$V_{kon} = \frac{1+k^2}{1-k^2} V_{kr} \quad (6)$$

или

$$V_{kon} = f(k) V_{kr},$$

где

$$f(k) = \frac{1+k^2}{1-k^2}. \quad (7)$$

Зависимость  $f(k)$  можно проиллюстрировать графиком (рис. 2).

Из графика видно, что с увеличением  $k$ , т.е. скорости расталкивания масс в точке А, происходит рост скорости системы масс после их стягивания в точке В, причем зависимость нелинейная.

Полученная траектория представляет собой эллипс с перигеом в точке В, радиус-вектор которой определяется зависимостью (2).

Эффективность системы можно проиллюстрировать примером.

Пусть первоначально система двух равных масс находилась на круговой орбите Земли с высотой полета 600 км. В точке А произошло расталкивание масс при  $\Delta V = 100$  м/с. Перигей массы  $m_1$  оказал-

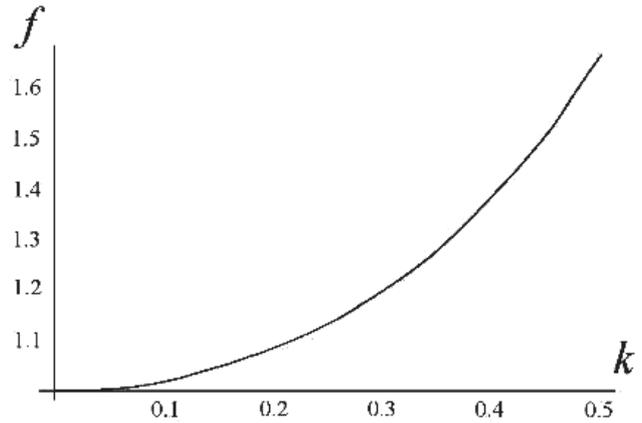


Рис. 2. Зависимость функции  $f$  от параметра  $k$

ся равным  $7,36 \cdot 10^6$  м, перигей массы  $m_2$  стал равным  $6,62 \cdot 10^6$  м, что выше линии Кармана и соответствует высоте полета 242,5 км. Радиус-вектор точки стягивания масс оказался выше радиуса начальной круговой орбиты на  $\Delta r = r_{kon} - r_{kr} = 12,2$  км. Скорость системы в точке В  $V_{kon} = 7560,58$  м/с, что на 2,6 м/с больше первоначальной круговой скорости.

### Выводы

Решением данной задачи было показано, что существует теоретическая возможность изменения параметров орбиты для системы предложенного типа.

Получена аналитическая зависимость скорости в момент стягивания от первоначальной скорости расталкивания масс.

Получена зависимость для определения радиус-вектора в точке стягивания масс сформированной итоговой орбиты.

### Библиографический список

1. Мальшев Г.В., Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Шарифуллин Р.Р. Электромагнитодинамическая тросовая система в задачах управления движением низкоорбитальных ИСЗ // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 1. С. 49-54.
2. Андреев А.В., Хлебникова Н.Н. Космические системы с гибкой связью. — М.: ВИНТИ, 1991. — 199 с.
3. Асланов В.С., Алексеев А.В., Ледков А.С. Определение параметров оснащенной гарпуном тросовой системы для буксировки космического мусора // Труды МАИ. 2016. № 90. URL: [http://www.mai.ru/upload/iblock/5fe/aslanov\\_alekseev\\_ledkov\\_rus.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5fe/aslanov_alekseev_ledkov_rus.pdf)
4. Иванов В.А., Купреев С.А., Рушинский В.С. Космические тросовые системы: Учеб. пособие. — М.: Альфа-М; Инфра-М, 2014. — 208 с.
5. Калашников Л.М., Мальшев Г.В., Светин А.П. Управление свертыванием двухмодульной космической

- тросовой системы // Проблемы управления. 2003. № 4. С. 63-66.
6. *Белецкий В.В.* Очерки о движении космических тел. — 3-е изд. — М.: Изд-во ЛКИ, 2009. — 432 с.
7. *Breakwell J.V., Gearhart J.W.* Pumping a Tethered Configuration to Boost its Orbit Around an Oblate Planet // NASA, AIAA, and PSN, International Conference on Tethers in Space, Arlington, VA, Sept. 17-19, 1986, 23 p.
8. *Иванов Н.М., Лысенко Л.Н.* Баллистика и навигация космических аппаратов. — М.: Дрофа, 2004. — 544 с.

## ANALYSIS OF THE CAPACITY TO USE A REPULSIVE TWO-MASS SPACE SYSTEM WITH PERIODICALLY FORMED COUPLING TO PERFORM INTERORBITAL FLIGHTS

**Popov A.S.**

*Bauman State Technical University,  
MSTU, 5/1, 2-nd Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russia  
e-mail: www-sm2@yandex.ru*

### Abstract

At present, methods for orbit parameters changing with cable system by periodical changing of its length for the case, when the cable is located in the plane orthogonal to the orbit plane, or when it lays in the orbit plane, are known. However, the orbit parameters changing is possible only in case of non-central gravity field. The presented paper offers the structure of interorbital transfer of the space system, consisting of two masses repulsed and retracted in the orbit plane by periodically formed coupling. The flight is considered in the central gravitational field.

Originally, the system represents a single spacecraft, consisting of two parts of equal weight. Initially, the system is on a circular orbit. The mass repulsion occurs in the direction tangent to the trajectory. Hereafter, the masses being uncoupled move independently of one another over various trajectories. Performing a various number of turns around the attracting center, after a certain period of time they will turn up on the line coinciding with the radius vector. One of the masses herewith will pass the pericentre of its orbit, while the other - its apocentre. At this moment, the masses contraction occurs assisted by the formed coupling. Methods of coupling formation are not considered in this paper. The paper demonstrates that the eventually formed orbit differs from the original one.

The authors obtained analytically the dependence of the system final velocity in the point of masses contraction after their contraction versus the speed of their repulsion  $\Delta V$

The dependence of the masses contraction point radius vector versus the initial repulsion speed  $\Delta V$  for the final orbit.

$$r_{kon} = \frac{r_{kr} \left( r_{kr}^2 \cdot \Delta V^4 + \mu^2 + 2r_{kr} \cdot \Delta V \cdot \mu \left( -3\Delta V + 2\sqrt{\frac{\mu}{r_{kr}}} \right) \right)}{r_{kr}^2 \cdot \Delta V^4 - 6r_{kr} \cdot \Delta V^2 \cdot \mu + \mu^2}$$

Here:

$V_{kon}$  — the speed on the final orbit after the masses contraction;

$V_{kr}$  — the speed of the system on the initial circular orbit;

$k$  — system of masses speed at start time to speed increment caused by their repulsion ratio;

$r_{kon}$  — radius-vector of the final orbit at the mass contraction point;

$\mu$  — gravitational parameter of a planet, around which attracting center the orbital motion occurs;

$r_{kr}$  — radius-vector of the system of masses initial circular orbit prior to their repulsion.

Solution of this problem revealed a theoretical possibility of orbit parameters changing for the system of a proposed type.

The analytical dependence of the speed value at the time of contraction versus the initial masses repulsion velocity is obtained.

The equation determining the radius vector in the point of masses contraction of the formed final orbit created.

$$V_{kon} = \frac{1+k^2}{1-k^2} V_{kr}, \quad \Delta V = k \cdot V_{kr}.$$

**Keywords:** space tether system, spacecraft ballistics, coplanar interorbital flight, spacecraft maneuvering.

## References

1. Malyshev G.V., Kul'kov V.M., Egorov Ju.G., Sharifullin R.R. *Vestnik Moskovskogo aviacionnogo instituta*, 2010, vol. 17, no. 1, pp. 49-54.
2. Andreev A.V., Hlebnikova N.N. *Kosmicheskie sistemy s gibkoj svjaz'ju* (Space system with a flexible coupling), Moscow, VINITI, 1991, 199 p.
3. Aslanov V.S., Alekseev A.V., Ledkov A.S. *Trudy MAI*, 2016, no. 90, available at: [http://www.mai.ru/upload/iblock/5fe/aslanov\\_alekseev\\_ledkov\\_rus.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5fe/aslanov_alekseev_ledkov_rus.pdf)
4. Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinskii V.S. *Kosmicheskie trosovye sistemy* (Space tethered systems), Moscow, Al'fa-M, INFRA-M, 2014, 208 p.
5. Kalashnikov L.M., Malyshev G.V., Svotin A.P. *Problemy upravlenija*, 2003, no. 4, pp. 63-66.
6. Beletskii V.V. *Oчерки о движении космических тел* (Essays on the motion of space bodies), Moscow, LKI, 2009, 432 p.
7. Breakwell J.V., Gearhart J. W. Pumping a Tethered Configuration to Boost its Orbit Around an Oblate Planet. *NASA, AIAA, and PSN, International Conference on Tethers in Space, Arlington, VA, Sept. 17-19, 1986*, 23 p.
8. Ivanov N.M., Lysenko L.N. *Ballistika i navigatsiya kosmicheskikh apparatov* (Spacecraft ballistics and navigation), Moscow, Drofa, 2004, 544 p.